

پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه‌ی ۲ صحیح است. املا‌ی واژه‌های «عُرُق- سفیر» غلط و درست آنها عبارت‌اند از: «فُرُق، قوروق، غروق» «صغیر»

۲- گزینه‌ی ۱ صحیح است. واژه‌ی «رقم» غلط و درست آن «رغم» است.

۳- گزینه‌ی ۴ صحیح است. درست گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب عبارت‌اند از: قدر، طرد و سُخره.

۴- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترکیب «سایه روشن خاطره» به معنای «آن‌چه که از گذشته‌ها در ذهن مانده است» و ...

۶- گزینه‌ی ۳ صحیح است. در گزینه‌ی ۱ «چاه ظلمانی» = استعاره از دنیای مادی

در گزینه‌ی ۳ «بی‌نهایت چلمن» در معنای فرد بی‌دست و پا و نالایق و نیز فرد بسیار فریب‌خورده.

در گزینه‌ی ۴ «اهتمام تامی» به معنای کوشش زیاد است.

در گزینه‌ی ۲ «لطیفه» یعنی نکته‌ی نغز- مطلب نیکو.

۷- گزینه‌ی ۲ صحیح است. نکته: واژه‌ی «مردم» بدل برای «شما» است.

۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۹- گزینه‌ی ۱ صحیح است. گزینه‌ی ۱ یک تکواژ آزاد «چند» دارد.

گزینه‌ی ۲ (زیب- نگر) / گزینه‌ی ۳ (دان- جو) / گزینه‌ی ۴ (سر- سامان) تکواژ آزاد هستند.

۱۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. واژه‌های «گریه- خوبی» اسم هستند.

۱۱- گزینه‌ی ۴ صحیح است. گزینه‌ی ۱ <= برآید / گزینه‌ی ۲ <= عهد / گزینه‌ی ۳ <= گلستان.

۱۲- گزینه‌ی ۲ صحیح است. گزینه‌ی ۱ بین واژه‌های «بنات- بنات» جناس است. گزینه‌ی ۳ فرانس باد صبا- دایه‌ی ابر بهاری- بنات بنات- مهد زمین، تشبیه هستند. / گزینه‌ی ۴ بین واژه‌های «بگسترد- بپرورد» سجع وجود دارد.

۱۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است. تلمیح به خوان هفتم رستم، کشته شدن دیو سپید.

تشخیص در عبارت «ای دماوند» چون دماوند مورد خطاب واقع شده و شخصیت یافته است.

استعاره <= گنبد گیتی استعاره از دماوند.

۱۴- گزینه‌ی ۳ صحیح است. لَفّ و نشر، جمع کردن واژه‌هایی در بخشی از کلام که توضیح هر کدام از آن واژه‌ها در بخش دیگر کلام است. در این بیت آرایه‌ای با این ویژگی دیده نمی‌شود.

۱۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۶- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۷- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۹- گزینه‌ی ۱ صحیح است. «سنگ بر سبزو زدن» کنایه از آزمایش و امتحان کردن است.

۲۰- گزینه‌ی ۳ صحیح است. «رود» نماد جنبش‌ها و حرکت‌های آزادی خواهی

«برزخ کبود» استعاره از ایران قبل از انقلاب (دوران خفقان و استبداد).

«دریا شدن» نماد اتحاد و همبستگی.

۲۱- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

اغلب مشایخ = بیشتر بزرگان صوفی

در کار او ابا کردند = کار او را باور نکردند (کار او را تأیید نکردند).

۲۲- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است. «کافی» به معنی با کفایت و عبارت «قلم در نهادن» به معنی شروع به نوشتن کردن است. (البته

گزینه‌های دیگر نیز بی‌ارتباط نیست).

۲۴- گزینه‌ی ۳ صحیح است. مفهوم گزینه‌ی ۱ جامعه‌ای را نشان می‌دهد که هیچ‌کس به فکر دیگری نیست.

مفهوم گزینه‌ی ۲ هیچ‌کس به فکر آزادی و رهایی نیست.

مفهوم گزینه‌ی ۴ کار بهبوده کردن است.

مفهوم گزینه‌ی ۳ از شبی (دورانی) که سپیده به دنبال نداشته باشد نهایت ناامیلی برداشت می‌شود.

۲۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. عبارت «هماورد» به معنی «حریف و رقیب» است.

عبارت «مشوباز جای» به معنی «فرار مکن».

۲۶- گزینه‌ی ۲ صحیح است. عِلّت ردّ سایر گزینه‌ها:

(۱) حرف «اِنْ» به معنی «اگر» است و نه «هیچ‌کس» / «كُنْتُ غَیْر مُسْتَأْهِلٍ» به معنی «شایسته نمی‌باشم» است و ...

(۳) حرف شرط «اِنْ» ترجمه نشده است / «أَنْتَ أَهْلٌ» به معنی «سزاوار هستی، شایسته‌ای» می‌باشند، کلمه‌ی «تو» در ترجمه زاید است.

(۴) «مَنْ از اهل تو نباشم» ترجمه‌ی نادرست «كُنْتُ غَیْر مُسْتَأْهِلٍ» است، «شایسته نیست» ترجمه‌ی نادرست «أَنْتَ أَهْلٌ» است.

۲۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است. توجه داشته باشید: مضارع + مضارع = مضارع التزامی در زبان فارسی: أَفْتَشُ عن كتاب يُسَاعِدُنِي ← دنبال کتابی می‌گردم که مرا یاری کند.

۲۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است. اِنْ: از حروف مشبّهة بالفعل / لي: جارو مجرور، خبر مقدّم «اِنَّ»، محلاً مرفوع/ عَمَلٌ: اسم مؤخّر «اِنَّ» تقدیراً منصوب، چون به ضمیر «یاء» متکلم اضافه شده، اعرابش تقدیری است. (همانا عمل من، متعلق به من است.)

۲۹- گزینه‌ی ۱ صحیح است. المألّ: مبتدا و مرفوع/ و: حرف عطف/ الأهلون: معطوف به مبتدا و مرفوع با اعرابی فرعی یا نیایی «واو»/ ودائع: خبر و مرفوع (مال و ثروت و خویشاوندان امانت‌هایی بیش نیستند.)

۳۰- گزینه‌ی ۲ صحیح است. کلمه‌ی «ضعفأ» به خاطر «جامد» بودن نمی‌تواند «حال» باشد. سه کلمه‌ی دیگر مشتق‌اند: (۱) مشتق و اسم فاعل (۳) مشتق و اسم مفعول (۴) مشتق و صفت مشبّهه

۳۱- گزینه‌ی ۴ صحیح است. فعل‌های «می‌جویم و تنبلی نمی‌کنم» هر دو مضارع متکلم وحده هستند که فقط در همین گزینه درست تعریف شده‌اند. در گزینه‌ی ۱ فعل مضارع «أَكْسِلُ» به صورت مثبت آمده و نادرست است.

۳۲- گزینه‌ی ۴ صحیح است. «نیکی چیست؟»: نیکی آن است که در نهان همان کاری را انجام دهی که آشکار انجام می‌دهی. (رجوع کنید، مبحث مفعول مطلق، عربی ۳، ص ۴۵، تمرین ۳ که عین همین عبارت در آنجا آمده است.)

۳۳- گزینه‌ی ۲ صحیح است. «تَفَسَّخَ فِي مَكَانِهِ» یعنی «نزد خود برایش جا باز کرد»/ «أَجْلَسَهُ إِلَى جَانِبِهِ» یعنی «او را کنار خودش نشاناند»/ «رَحَّبَ بِهِ» یعنی «به او خوش آمد گفت». در گزینه‌ی ۱ او کنار پیامبر نشست، در گزینه‌ی ۳ وقتی او پیامبر را مشاهده کرد... و در گزینه‌ی ۴ مشاهده او مکانش را به او داد... از موارد نادرست در ترجمه هستند.

۳۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است. «فَرَحْتَيْنِ» حال، مثنی، مؤنث، مؤنث و منصوب با اعراب فرعی «یاء» است که با صاحب حل (الاختیان) از نظر جنس و عدد مطابقت دارد. در گزینه‌ی ۲ مرفوع و مذکر بودن، در گزینه‌ی ۳ مذکر و جمع بودن و در گزینه‌ی ۴ مؤنث و جمع بودن، همگی نادرست می‌باشند. (دو خواهر با خوشحالی در حیاط بازی می‌کنند)

۳۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است. اِنَّمَا: از ادات حصر/ أولادٌ: مبتدا و مرفوع/ نا: مضاف الیه و محلاً مجرور/ بَيْنَ: مفعول فیه/ أَجْبَادٌ: خبر و مرفوع/ نا: مضاف الیه/ تَمَشَّى: جمله‌ی حالیه، محلاً منصوب (چون بعد از اسم معرفه «أَجْبَادٌ» آمده است). * ترجمه‌ی عبارت: «فقط فرزندان ما در میان ما، در حالی که روی زمین راه می‌روند، جگرگوشه‌های ما هستند.»

۳۶- گزینه‌ی ۳ صحیح است. أعظمٌ: مبتدا و مرفوع/ العبادَة: مضاف الیه و مجرور/ أجزأ: تمييز و منصوب، چون بعد از اسم تفضیل (أعظم) آمده است/ أخفا: خبر و تقدیراً مرفوع، زیرا اسم مقصور است/ ها: مضاف الیه، محلاً مجرور. * ترجمه‌ی عبارت: «بزرگ‌ترین عبادت از نظر پاداش، مخفی‌ترین آن است.»

۳۷- گزینه‌ی ۲ صحیح است. الف) یا کاتبی الدرس: چون منادای مضاف و جمع مذکر سالم است، با اعراب فرعی «یاء» منصوب می‌شود و نون جمع مذکر در حالت اضافه حذف می‌شود.

ب) یا ائمتها الطالبه: کلمه‌ی «الطالبه» مؤنث و به تبعیت از منادای نکره‌ی مقصوده «ائمه» مرفوع می‌آید.

ج) یا تلميذٌ: کلمه‌ی «تلميذٌ» منادای نکره مقصوده، مبنی بر ضم و محلاً منصوب است.

۳۸- گزینه‌ی ۲ صحیح است. العقبی ≠ الدنيا: آخرت ≠ دنیا/ الرجاء ≠ الیس: امیدواری ≠ ناامیدی/ النشاط ≠ الكسل: شادابی ≠ تنبلی

۳۹- گزینه‌ی ۴ صحیح است. الطالبه: مبتدا و مرفوع/ المجئدة: نعت برای «الطالبه» و مرفوع به تبعیت/ تسرُّ: فعل مضارع، متعلی/ أبا: مفعول به و منصوب با اعراب فرعی «الف»/ ها: مضاف الیه، محلاً مجرور. (دانش‌آموز کوشا، پدرش را مسرور می‌کند.)

۴۰- گزینه‌ی ۱ صحیح است. * ترجمه‌ی عبارت: «فقیران و مستمندان او را شناختند مگر بعد از وفاتش»

ما عَرَفَ: فعل ماضی منفی، متعلی/ ه: مفعول به، محلاً منصوب/ الفقراء: فاعل و مرفوع/ المساكين: معطوف به فاعل و مرفوع به تبعیت و ...

۴۱- گزینه‌ی ۳ صحیح است. کلمه‌ی «تلامذة» بر وزن‌های «مفاعیل، مفاعیل» و شبیه آن‌ها نیست، بنابراین اسم منصرف می‌باشد و تایی گرد، آن را از حالت غیر منصرف بودن درآورده است. (۱) لَسَاتِيدٌ: بر وزن «أفاعیل»، غیر منصرف/ (۲) مَصَابِيحٌ: بر وزن «مفاعیل» غیر منصرف/ (۴) فِرْعَوْنٌ: اسم علم غیر عربی و غیر منصرف است.

۴۲- گزینه‌ی ۱ صحیح است. كلٌّ: مبتدا و مرفوع/ راع: خبر و تقدیراً مرفوع (در اصل «راعی» اسم مقوص است).

* ترجمه‌ی عبارت: «همه‌ی شما مسؤول هستید و هم‌چنین مسؤول زبردستان خود می‌باشید.»

۴۳- گزینه‌ی ۲ صحیح است. علت ردّ سایر گزینه‌ها: (۱) مؤنث آمدن فعل مجهول «تُعَرَّفُ» (۳) منصوب آمدن صفت «الأولفاء» (۴) منصوب آمدن نایب فاعل «الأصدقاء» و نیز منصوب آمدن صفت «الأصدقاء» جمع مکسر عاقل (انسان) است که فعل در ابتدای جمله برای آن به صورت مفرد مذکر می‌آید. (دوستان باوفا هنگام سختی‌ها شناخته می‌شوند)

۴۴- گزینه‌ی ۳ صحیح است. علت ردّ سایر گزینه‌ها: (۱) کلمه‌ی «المرضى» جمع «المریض» به معنی «بیماران» است، نه «مرض و بیماری» و ...

(۲) «أشدُّ» به معنی «شدیدترین» است، نه «خطرناک‌ترین»، کلمه‌ی «خطر» در تعریب زاید است ...

(۴) اشکالات گزینه‌های فوق را دارد، ضمن آن‌که ضمیر فصل «هُوَ» در تعریب لحاظ نشده و در هر سه گزینه‌ی نادرست، مرجع ضمیر (الجهل) به دلیل مذکر بودن باید با ضمیر «ه» بیاید. (دواؤه)

۴۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است. از ۳ تا ۱۰ عدد و معدود از نظر جنس عکس هم می‌آیند و معدود این اعداد بیوسته «جمع و مجرور» است، در این جا «آیات» مؤنث و «تسع» مذکر است. (محققاً به حضرت موسی (ع) نه نشانه عطا کرده‌ایم.)

۴۶- گزینه‌ی ۱ صحیح است. * ترجمه‌ی عبارت «بعد از مطلع شدن از فداکاری‌های رزمندگان، دلم لبریز از ایمان شد!»
 امتلا: فعل ماضی / قلب: فاعل و تقدیراً مرفوع (چون به ضمیر متکلم وحده‌ی «یا» اضافه شده است) / ی: مضاف الیه و محلاً مجرور / ایماناً: تمیز و منصوب.
 نکته: اسم منصوب بعد از فعل‌های «اقتلاً، اِزْدَاداً، فُلْحَنَ، كَثُرَ، طَابَ و...» تمیز است.

۴۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است. موارد نادرست در سایر گزینه‌ها:

۱) معرفة (ص: نكرة) / (۲) اعراب و تحلیل صرفی درست «اسئلم»: فعل ملحق، للغائب، مزید ثلاثی بزيادة حرف واحد، (من باب «افعال»). صحیح و سالم، مبني للمعلوم، مبني على الفتح / فعل و فاعله ضمیر «هو» المستتر و جملة صلة لا محل لها من الاعراب / (۴) اسم مفعول (ص: اسم فاعل) - معرفة (ص: نكرة)

۴۸- گزینه‌ی ۲ صحیح است. صیغه‌های «للمخاطبة» و «للمخاطبات» مضارع ناقص یایی (زَمَى، هَدَى) از نظر ظاهری کاملاً شبیه به هم می‌باشند، با این تفاوت که در اولی اعلال به حذف رخ می‌دهد ولی دومی بدون اعلال می‌باشد.
 اَنْتِ تَرْمِيْنَ (اعلال به حذف) - اَنْتَنْ تَرْمِيْنَ (بدون اعلال)

۴۹- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه‌ی آیه «آنچه را از خیر و نیکی انجام بدهید، خداوند آن را می‌داند»
 ما: اسم شرط مفعول به، محلاً منصوب / تَفْعَلُوا: فعل و فاعلش ضمیر بارز «اوا» (فعل شرط) / مِنْ خَيْرٍ: جار و مجرور / يَغْلَمُ: فعل مضارع، جواب شرط و مجزوم / ه: مفعول به، محلاً منصوب / اللّهُ: فاعل و مرفوع

۵۰- گزینه‌ی ۴ صحیح است. * ترجمه‌ی عبارت «صرفاً دنیا خیالی زودگذر است»
 إِنَّمَا: از ادات حصر / الدُّنْيَا: مبتدا و تقدیراً مرفوع / خَيْالٌ: خبر و مرفوع / عَارِضٌ: نعت (صفت) و مرفوع به تبعیت

۵۱- گزینه‌ی ۴ صحیح است. توضیح: while به عنوان conjunction of time به معنی «وقتی که» می‌باشد و در این تست بحث هم‌زمانی دو عمل مطرح است.
 ترجمه: آیا شما هرگز وقتی که مشغول شام خوردن هستید، تلویزیون تماشا می‌کنید؟

۵۲- گزینه‌ی ۲ صحیح است. توضیح: به علت وجود فعل ساده بعد از نقطه چین وجود to یا in order to یا so as to لازم است. کلمه to حرف ربط علت و هدف می‌باشد.
 ترجمه: اولین کاری که باید انجام می‌شد، توسعه موشک‌های قوی برای قرار دادن ماهواره در مدار بود.

۵۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است. توضیح: با توجه به عبارت I'm not sure (من مطمئن نیستم) مشخص می‌شود که گوینده از انجام شدن یا نشدن عمل مورد نظر مطمئن نیست. با فرمول may / might have + p.p.
 ترجمه: الف) آیا دوست شما، حامد، تصمیم گرفت که شغلی به دست بیاورد؟
 ب) او شاید تصمیم گرفته باشد که شغلی بگیرد؛ من مطمئن نیستم.

۵۴- گزینه‌ی ۳ صحیح است. توضیح: همان‌طور که می‌دانیم ضمایر موصولی همراه با فعل to be قابل حذف هستند.
 created = which that is created (تبدیل قضیه وصفی به عبارت وصفی)

ترجمه: باران اسیدی که از سوختن گاز، نفت و ذغال سنگ ایجاد می‌شود، جنگل‌ها را تخریب می‌کند.

۵۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است. توضیح: با توجه به ساختار شرطی نوع دوم باید جمله به شرح زیر باشد.
 - I'm sorry I can't help you. I'd (would) help you if I could.

۵۶- گزینه‌ی ۲ صحیح است. ترجمه: میکروسکوپ وسیله‌ای است که برای رؤیت چیزهایی که برای به سهولت دیده شدن با چشمان واقعی، بسیار کوچکند به کار می‌رود.

۱) درآمد (۲) وسیله (۳) کاشف (۴) فضاانورد

۵۷- گزینه‌ی ۴ صحیح است. ترجمه: حرفه جمع‌آوری و گزارش خبر (اخبار)، روزنامه‌نگاری نامیده می‌شود.

۱) بزرگ‌نمایی کردن (۲) تولید کردن (۳) شناسایی کردن (۴) جمع‌آوری کردن

۵۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: صنعت و به دنبال آن کشاورزی و گردشگری، بیش‌ترین کمک را به اقتصاد کشور می‌کند.

۱) کشاورزی (۲) انقراض (۳) نسبت، سهم (۴) مأموریت مذهبی

۵۹- گزینه‌ی ۲ صحیح است. ترجمه: کشاورزی در کشور چین بسیار مهم است و مقادیر عظیمی از محصولات کشاورزی و حیوانات جهت تغذیه جمعیت زیاد کشور، پرورش داده می‌شوند.

۱) محیط (۲) جمعیت (۳) حصار (۴) صومعه

۶۰- گزینه‌ی ۳ صحیح است. ترجمه: وقتی که ما درباره هوا صحبت می‌کنیم، ما در مورد دما گفتگو می‌کنیم. یعنی این‌که، هوا چه قدر سرد یا گرم است.

۱) فرهنگ (۲) جامعه- اجتماع (۳) حرارت (۴) آلودگی

۶۱- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: برخی از حیوانات، پشت سرگذاشتن (زنده ماندن در) شرایط یک محل را در طول سال، سخت می‌یابند.

۱) زنده ماندن- پشت سرگذاشتن (۲) رها کردن (۳) توسعه دادن (۴) به‌دام انداختن

۶۲- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: برای برخی مردم، زندگی امروزه به معنی سالم بودن، آسایش داشتن و خوب تغذیه کردن است. برای دیگران به معنی زندگی همراه با بیماری، در شرایط شلوغ و هرگز غذای کافی برای خوردن نداشتن، می‌باشد.

۱) بیماری (۲) انتقال (۳) پیروزی (۴) چگالی

۶۳- گزینه‌ی ۲ صحیح است. ترجمه: مردمی که در نواحی سردسیر زندگی می‌کنند، لازم است برای گرم کردن خودشان لباس‌های ضخیم بپوشند.

۱) فواصل (۲) نواحی (۳) لامپ‌ها (۴) گودال‌ها

۶۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: بعضی مردم، با کامپیوترها زندگی اجتماعی پویایی دارند- چه کامپیوترهای خودشان چه کامپیوترهایی که در پایگاه‌های امکان عمومی وجود دارد.

۱) موجود- در دسترس (۲) مخصوص (۳) داوطلبانه (۴) گوناگون

۶۵- گزینه‌ی ۴ صحیح است. ترجمه: عمدتاً به خاطر کامپیوتر، فن آوری به پیشرفت خود در علوم پزشکی ادامه می‌دهد.
 (۱) امتداد داشتن (۲) پرتاب کردن- راه‌اندازی کردن
 (۳) تاکید کردن (۴) پیشرفت کردن

۶۶- گزینه‌ی ۴ صحیح است. ترجمه: هر کشوری، چیزهای با ارزشی دارد- نظیر خاک غنی یا ذخیره خوبی از آب برای کشت محصولات یا مواد سوختی که می‌توانند از زمین گرفته شوند.
 (۱) طبقه‌بندی کردن (۲) ترکیب کردن (۳) مقایسه کردن (۴) در برداشتن- دارا بودن

۶۷- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: یکی از اثرات تلویزیون روی مغز بشر، آن است که به نظر می‌رسد که سبب کمی تمرکز حواس می‌شود.
 (۱) تمرکز حواس (۲) زمینه (۳) درگیری- گرفتاری (۴) ارتقا

۶۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه: سلامتی، حالت صحت کامل و تناسب اندام است. نقش این جمله **تعریف کردن** می‌باشد.
 (۱) تعریف کردن (۲) توصیف کردن (۳) حلس زدن (۴) توضیح دادن

۶۹- گزینه‌ی ۴ صحیح است.
 (۱) آسیب- خسارت (۲) مشخصه (۳) محتوا (۴) اختراع

۷۰- گزینه‌ی ۲ صحیح است.
 (۱) اعتیاد آور (۲) هوشمند (۳) مصنوعی (۴) صریح و آشکار

۷۱- گزینه‌ی ۱ صحیح است.
 (۱) دستورالعمل (۲) دستپاچگی (۳) مقصد (۴) اکتشاف

۷۲- گزینه‌ی ۲ صحیح است.
 (۱) کمک کردن (۲) انجام دادن (۳) تشکیل دادن (۴) بالا نگه‌داشتن

۷۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه‌ی سوال همراه با جواب درست: هدف این متن این است که هر واقعه در خاورمیانه ممکن است در قیمت نفت اثر بگذارد.

۷۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است. ترجمه‌ی سوال همراه با جواب درست: مطابق متن، خاورمیانه از نظر ذخایر نفتی بسیار غنی است.

۷۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. ترجمه‌ی سوال همراه با جواب درست: ما از این متن نتیجه می‌گیریم که خاورمیانه و مخصوصاً خلیج فارس مناطق بسیار مهمی در جهان هستند.

۷۶- گزینه‌ی ۳ صحیح است. نکته: اگر معادله‌ی $\text{tg} x = a$ در فاصله $[0, 2\pi]$ دارای n ریشه باشد آن‌گاه معادله‌ی $\text{Cotg} x - \text{tg} x = 2 \text{Cotg} 2x$ در همان فاصله دارای $2n$ ریشه می‌باشد. ضمناً:

$$\text{tg} x \text{ Cotg} x (\text{tg}^2 x + \text{Cotg}^2 x) = 2 \Rightarrow$$

$$\text{tg}^2 x + \text{Cotg}^2 x - 2 = 2 \Rightarrow (\text{Cotg} x - \text{tg} x)^2 = 2 \Rightarrow 4 \text{Cotg}^2 2x = 2 \Rightarrow 2 \text{Cotg} 2x = \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{Cotg} 2x = \frac{\pm \sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

معادله بالا ۸ ریشه دارد \Rightarrow هر معادله ۴ ریشه است \Rightarrow

۷۷- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$r \sin^2 x - 2 \cos^2 x + \cos x = r(1 - \cos^2 x) - 2 \cos^2 x + \cos x = -5 \cos^2 x + \cos x + r$$

نکته: در عبارت‌های $a \cos^2 u + b \sin u + c$ یا $a \sin^2 u + b \cos u + c$ اگر $1 > -\frac{b}{ra} < 1$ باشد

مقادیر \min, \max به ازای $\sin u = -\frac{b}{ra}$ یا $\cos u = -\frac{b}{ra}$ محاسبه می‌شود. مقدار ماکزیمم یا می‌نیمم عبارت‌های فوق:

$$-\frac{b}{ra} = -\frac{1}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{10}$$

$$\text{Max} (-5 \cos^2 x + \cos x + r) = -5 \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{1}{10} + r = r/0.5$$

یا:

توجه: چنانچه در عبارت‌های فوق $\sin u$ یا $\cos u$ مساوی $\left(\pm 1, -\frac{b}{ra}\right)$ قرار دهیم ماکسیمم یا می‌نیمم محاسبه می‌شوند.

۷۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$M = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 = (x-1)^3 + 2, x = 1/1 \Rightarrow M = (1/1 - 1)^3 + 2 = 2/0.1$$

$$N = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x = 1/1 \Rightarrow N = 10$$

$$\text{Log}_N M = \text{Log}_{10} 2/0.1 \Rightarrow \text{Log}_{10} 1 < \text{Log}_{10} 2/0.1 < \text{Log}_{10} 10 \Rightarrow 0 < A < 1$$

پس:

$$a_n = a + (n-1)d$$

۷۹- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$a_n = 63 + (n-1)(-4) \Rightarrow a_n = 67 - 4n \Rightarrow 67 - 4n > 0 \Rightarrow 4n < 67 \Rightarrow n < \frac{67}{4} \Rightarrow$$

$$n < 16.75 \Rightarrow n = 16$$

۸۰- گزینهی ۳ صحیح است.

$$x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{1} \Rightarrow [x_1 + x_2] = -1$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} \Rightarrow -1 < x_1 < 0, -1 < x_2 < 0$$

$$[x_1 + x_2] + [x_1] + [x_2] = -1 - 1 - 1 = -3$$

۸۱- گزینهی ۱ صحیح است. نکته: عبارت $x^{2k} + x^k + 1$ همواره بر عبارت $x^2 + x + 1$ بخش پذیر می باشد.

($k \neq 3k'$) و عبارت $x^3 - 1$ همواره بر عبارت $x^2 + x + 1$ نیز بخش پذیر است پس باقیمانده عبارت:

$$x^{3k} + x^{2k} + x^{k'} + 1 = (x^3 - 1 + 1)^{k'} + x^{2k} + x^{k'} + 1$$

$$R = (1)^{k'} + 0 = 1$$

بر $x^2 + x + 1$ برابر است با:

۸۲- گزینهی ۲ صحیح است.

$$|x - \alpha| \geq \beta \Rightarrow \begin{cases} x - \alpha \geq \beta \\ x - \alpha \leq -\beta \end{cases}$$

$$\text{دامنه: } ||x - 1| - 3| \geq 2 \Rightarrow |x - 1| - 3 \geq 2 \text{ یا } |x - 1| - 3 \leq -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x - 1| \geq 5 \\ |x - 1| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq -4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$D_f = [-\infty, -4] \cup [0, 2] \cup [6, +\infty)$$

مجموعه‌ی بالا فاقد اعداد صحیح ۳- و ۲- و ۱- و ۳ و ۴ و ۵ می باشد که جمعاً ۶ تا هستند.

۸۳- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم رابطه‌ی y بر حسب x وقتی تابع است که به ازای هر x فقط یک y داشته باشیم در روابط گزینه‌های ۱ تا ۳ چنین ویژگی وجود ندارد، توجه کنید:

$$(1) x = -2 \Rightarrow -2 + \sqrt{y+2} = y \Rightarrow (y+2)^2 = (y+2) \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$(2) x = 1 \Rightarrow 1 = y^3 - 4y + 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$(3) x = 0 \Rightarrow 0 = |2y + 1| + y \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ y = -1 \end{cases}$$

لذا گزینهی (۴) یک تابع می باشد.

۸۴- گزینهی ۳ صحیح است. دنباله همگرا می باشد

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^4 + n} - \sqrt{n^4 + n^2})(\sqrt{n^4 + n} + \sqrt{n^4 + n^2})}{(\sqrt{n^4 + n} + \sqrt{n^4 + n^2})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + n}{2n^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$n \rightarrow \infty$

و چون جملات با قرار دادن $n = 1, 2, 3, \dots$ به ترتیب کوچک می شوند، پس: دنباله نزولی نیز می باشد.
 $0, \sqrt{18} - \sqrt{20}, \dots$

۸۵- گزینهی ۴ صحیح است.

$$a_n = (r^n + r^{-n})(r^{-n} + r^{-n}) = (r^n + r^{2n})(r^{-n} + r^{-2n}) = r^0 + r^{-n} + r^n + r^0$$

$$= 2 + \left(\frac{1}{r}\right)^n + r^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 + 0 + \infty = +\infty \Rightarrow \text{دنباله واگرا می باشد}$$

$n \rightarrow \infty$

$$S_2 - S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right) - \left(\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4} \right)$$

۸۶- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

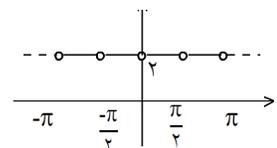
$$= -\left(\frac{1}{4} - 0\right) - \left(\frac{1}{4} - 0\right) = -\frac{1}{2}$$

از قاعده‌ی تلسکوپی استفاده شده است.

91- گزینهی ۳ صحیح است.

$$y = (\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x)^2 - \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{Cotg}^2 x$$

$$y = 2 \operatorname{tg} x \times \operatorname{Cotg} x = 2 \text{ و } \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



در نتیجه $x = \frac{\pi}{2}$ دوره‌ی تناوب تابع است، به شکل تابع توجه کنید.

92- گزینهی ۱ صحیح است. نکته: توابع $y = [mx]$ به ازای مقادیری که داخل برکت را به عدد صحیح تبدیل می‌کنند ناپیوسته می‌باشند، پس:

$$\frac{3x}{2} = k \Rightarrow x = \frac{2}{3}k \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} k & 8 & 9 & 10 \\ \hline x & \frac{16}{3} & 6 & \frac{20}{3} \end{array}$$

$$\frac{4}{3}x = k' \Rightarrow x = \frac{3}{4}k' \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} k' & 7 & 8 & 9 \\ \hline x & \frac{21}{4} & 6 & \frac{27}{4} \end{array}$$

با توجه به جداول بالا تابع در چهار نقطه $x = \frac{21}{4}, \frac{16}{3}, \frac{27}{4}, \frac{20}{3}$ بطور قطع ناپیوستگی دارد و برای $x = 6$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = [9^+] - [8^+] = 9 - 8 = 1$$

پیوستگی را بررسی می‌نماییم.

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = [9^-] - [8^-] = 8 - 7 = 1$$

$f(x)$ در نقطه $x = 6$ پیوسته است یعنی فقط ۴ نقطه ناپیوستگی دارد.

93- گزینهی ۳ صحیح است.

$$f''g + g'f' = (f'g)'$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x+3)^2} \Rightarrow (f'g)(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

ابتدا ضابطه‌ی g را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow (f'g)'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow (f'g)'(1) = \frac{1}{2}$$

94- گزینهی ۲ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow y^{(10)} = \frac{1}{2} \times 2^{10} \sin\left(2x + \frac{10\pi}{2}\right) = -2^9 \sin 2x$$

$$y = \cos 2x \Rightarrow y^{(7)} = 2^7 \cos\left(2x + \frac{7\pi}{2}\right) = 2^7 \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 2^7 \sin 2x$$

$$\frac{-2^9 \sin 2x}{2^7 \sin 2x} = -4$$

87- گزینهی ۱ صحیح است. صورت و مخرج کسر را گویا می‌نمائیم.

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{\sin x} (x - \sin x) (\sqrt[3]{x} + \sqrt{x \sin x} + \sqrt[3]{\sin^2 x})}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\sin x} (x - \sin x) (\sqrt{x} + \sqrt{\sin x})}$$

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} ax^p \times \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x \sin x} + \sqrt[3]{\sin^2 x}}{\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0} ax^p \times \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} = 1$$

$x \rightarrow 0$

$x \rightarrow 0$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3}, p = -\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}$$

$$a + p = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$(x^n - \sin^n x) \approx \frac{n}{6} x^{n+2}$$

نکته:

$$\sqrt{x} - \sqrt{\sin x} \approx x^{\frac{1}{2}} - \sin^{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{12} x^{\frac{5}{2}}$$

پس:

$$\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\sin x} \approx x^{\frac{1}{3}} - \sin^{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{18} x^{\frac{7}{3}}$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} ax^p \times \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}, p = \frac{-1}{6}$$

$x \rightarrow 0$

$$a + p = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

88- گزینهی ۴ صحیح است. از هم‌ارزی رادیکال‌ها استفاده شده است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 2 + x + 1}{(x+0) - (x+2)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

89- گزینهی ۲ صحیح است. چون نمودار در $x = 1$ بر محور x ها مماس است در نتیجه صورت کسر ریشه‌ی مضاعف (۱)

$$a = -2, b = 1 \Rightarrow a + b = -1 \text{ پس } (x-1)^2 \text{ دارد}$$

رد یعنی:

90- گزینهی ۴ صحیح است. با توجه به توابع گزینه‌ها فقط تابع $y = \frac{x-2}{\sqrt{2x-x^2}}$ دارای مجانب قائم $x = 0$ می‌باشد

سایر توابع گزینه‌ها مجانب قائم ندارند.

۱۰۰- گزینهی ۱ صحیح است. روش اول: $x - 1 = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = -1 \end{cases}, dx = dt$

$$\int_{-1}^1 ((x-1) \sin \frac{\pi}{2} x + (x-1) \sqrt{x-1}) dx = \int_{-1}^1 (t \sin \frac{\pi(t+1)}{2} + t \sqrt{t}) dt$$

$$= \int_{-1}^1 t \cos \frac{\pi}{2} t dt + \int_{-1}^1 t^{\frac{3}{2}} dt = 0 + \frac{2}{5} t^{\frac{5}{2}} \Big|_{-1}^1 = \frac{6}{5}$$

روش دوم: $\int_{-1}^1 ((x-1) \sin \frac{\pi}{2} x + (x-1) \sqrt{x-1}) dx = \int_{-1}^1 (x \sin \frac{\pi(x+1)}{2} + x \sqrt{x}) dx$

$$= \int_{-1}^1 (x \cos \frac{\pi}{2} x) dx + \int_{-1}^1 x^{\frac{3}{2}} dx = 0 + \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \Big|_{-1}^1 = \frac{6}{5}$$

تابع فرد

۱۰۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم: $ah_a = bh_b = ch_c \Rightarrow 3a = 4b = 5c$

$$\Rightarrow a = 20x, b = 15x, c = 12x$$

$b^2 + c^2 < a^2 \Rightarrow$ مثلث در رأس A منفرجه است.

۱۰۲- گزینهی ۴ صحیح است. می دانیم مساحت مربع برابر است با نصف مجذور قطرش:

$$BC = x = A'B$$

$$A'C' = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} A'B \right) + BC = (\sqrt{3} + 1)x = A'B'C'D'$$

$$\Rightarrow \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} (\sqrt{3} + 1)^2 x^2}{x^2} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

۱۰۳- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AD}{BF} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{9} S_{BCEF} \Rightarrow S_{ADEF} = \frac{1}{9} S_{BCEF}$$

۹۵- گزینهی ۱ صحیح است. نکته: $\sqrt[n]{a^n + b} \approx a + \frac{b}{na^{n-1}}$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{999} \approx 10 - \frac{1}{3 \times 10^2} \\ \sqrt[3]{1001} \approx 10 + \frac{1}{3 \times 10^2} \\ \sqrt[3]{1003} \approx 10 + \frac{3}{3 \times 10^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{999} + \sqrt[3]{1001} + \sqrt[3]{1003} \approx 30 + \frac{1}{100} = 30.01$$

۹۶- گزینهی ۱ صحیح است. در همسایگی $X = \frac{-9}{2}$ ضابطه‌ی تابع را ساده می کنیم.

$$y = (-x) + \dots + (-x - 4) + (x + 5) + \dots + (x + 9) + (x + 10) + \dots + (x + 99)$$

$$\Rightarrow y = (x + 10) + \dots + (x + 99) + 25$$

$$\Rightarrow y = 90x + A \Rightarrow y' = 90$$

۹۷- گزینهی ۲ صحیح است. $y = (x-1)^2 (x-2) |x+1|$

$$\begin{cases} \text{ماکزیمم } x = 1 \text{ و } g(1) < 0 \\ \text{ماکزیمم } x = -1 \text{ و } h(-1) < 0 \end{cases}$$

۹۸- گزینهی ۳ صحیح است. $-x \geq 0 \Rightarrow x < 0$

$$y = \frac{x \sqrt{-x} - (-x) \sqrt{-x}}{-\sqrt[3]{x}} = \frac{(-x) \sqrt{-x}}{-\sqrt[3]{x}} = \frac{(-x)^{\frac{3}{2}}}{(-x)^{\frac{1}{3}}} = -(-x)^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{6}}$$

$x < 0 \Rightarrow y = x^{\frac{5}{6}} < 0 \Rightarrow$ نمودار در ربع سوم است

در نتیجه گزینهی ۳ صحیح است. $y' = \frac{5}{6} x^{-\frac{1}{6}} \Rightarrow y'(0) = 0$

۹۹- گزینهی ۴ صحیح است.

$$\int_{-7}^{-6} \left[\frac{x}{2} \right] dx + \int_{-6}^{-5} \left[\frac{x}{2} \right] dx + \int_{-5}^{-4} \left[\frac{x}{2} \right] dx = -2(1) + (-3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2)(2) + 3(1) = -7$$

۱۰۸- گزینهی ۳ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^6 = A^3 \times A^3 \Rightarrow A^6 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 21 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه های ستون دوم} = 6 + 1 = 7$$

۱۰۹- گزینهی ۳ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} \dots & a & b \\ \dots & c & d \\ a & b & \dots \\ c & d & \dots \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط بر حسب سطر اول}} a \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c & d & \dots \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c & d & \dots \end{vmatrix}$$

$$= ad(ad - bc) - bc(ad - bc) = (ad - bc)^2$$

۱۱۰- گزینهی ۴ صحیح است. هذلولی داده شده افقی است:

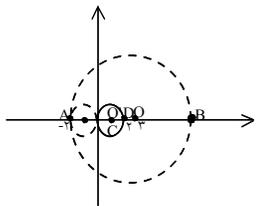
$$a^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

$$b^2 = 16$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

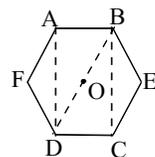
دایرهی مطلوب، دایره‌ای است به مرکز O و به شعاع OF = C پس: که از نقطه‌ی (۶, ۶) می‌گذرد.

۱۱۱- گزینهی ۱ صحیح است. دو دایره متداخل هستند. $(x-3)^2 + y^2 = 25$ دایره‌ای به مرکز $O(3, 0)$ و به شعاع ۵ است. قطر این دایره را در شکل با AB نمایش داده‌ایم و $(x-1)^2 + y^2 = 1$ دایره‌ای است به مرکز $O'(1, 0)$ و به شعاع ۱ است قطر این دایره را در شکل با CD نمایش داده‌ایم. دایره مطلوب دو دایره در نقاط A و C مماس است یعنی قطر $AC = 2$ است



پس شعاع دایره برابر یک است.

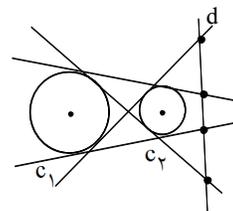
۱۰۴- گزینهی ۴ صحیح است. چهارضلعی ABCD یک مستطیل است.



$$\left. \begin{array}{l} AB = 2 \\ BD = 2OB = 2AB = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow BC = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

۱۰۵- گزینهی ۳ صحیح است.



محل‌های برخورد مماس‌های دایره ۲ با خط d، جواب‌های مسأله‌اند.

۱۰۶- گزینهی ۴ صحیح است. قطر کره‌ی محیطی بر مکعب برابر قطر مکعب و قطر کره‌ی محاطی داخل مکعب برابر ضلع مکعب است پس:

$$\begin{cases} \text{قطر کره محیطی} = \sqrt{3}a \\ \text{قطر کره محاطی} = a \end{cases}$$

$$\frac{S_{\text{کره محیطی}}}{S_{\text{کره محاطی}}} = \frac{4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 3$$

$$|\vec{AB}| = 2 \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{2}$$

۱۰۷- گزینهی ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \alpha = 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \\ \vec{AB} \cdot \vec{AB} = |\vec{AB}|^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{AD} = 8$$

۱۱۶- گزینه‌ی ۴ صحیح است. $a = \overline{12x3y}$

$$\begin{cases} a \equiv y - 3 + x - 2 + 1 \equiv x + y - 4 \equiv 0 \Rightarrow x + y \equiv 4 \\ a \equiv 3y \equiv 3 \cdot 0 + y \equiv y + 2 \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \Rightarrow x = 2 \\ y = 6 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \end{cases}$$

پس تنها دو عدد ۱۲۹۳۶ و ۱۲۳۳۲ وجود دارد.

۱۱۷- گزینه‌ی ۴ صحیح است. تنها حالتی قابل قبول نیست که هر سه عدد فرد باشند چون در این صورت حاصلضرب آنها فرد می‌شود پس فرض کنیم که هر سه عدد فرد باشند در این صورت باقیمانده‌ی مربع آنها بر چهار برابر یک است لذا:

$$x^2 + y^2 + z^2 \equiv 1 + 1 + 1 \equiv 3$$

که این حالت نمی‌تواند اتفاق بیفتد.

۱۱۸- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} 3^3 \equiv -1 \Rightarrow 3^{999} \equiv -1 \Rightarrow 3^{1000} \equiv -3 \equiv 25 \\ 3^2 \equiv 1 \Rightarrow 3^{1000} \equiv 1 \equiv 25 \end{cases} \Rightarrow 3^{1000} \equiv \begin{matrix} [8,7] \\ 25 \end{matrix} : 3^{1000} \equiv \begin{matrix} 56 \\ 25 \end{matrix}$$

توجه: اگر $a \equiv b$ و $a \equiv c$ آنگاه $a \equiv \begin{matrix} [m,n] \\ b \end{matrix}$

۱۱۹- گزینه‌ی ۳ صحیح است. $5M = 9d + 11 \Rightarrow 5a'b'd = 9d + 11 \Rightarrow (5a'b' - 9)d = 11$

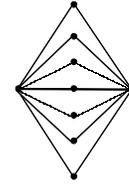
$$(d \neq 1) \Rightarrow d = 11 \Rightarrow 5a'b' - 9 = 1 \Rightarrow a'b' = 2 \Rightarrow \begin{cases} a' = 1 \Rightarrow a = 11 \\ b' = 2 \Rightarrow b = 22 \end{cases} \Rightarrow a + b = 33$$

۱۲۰- گزینه‌ی ۲ صحیح است. $A = (10101)_2$

$$33A = 32A + A = 2^5A + A = (101010000) + (10101) \Rightarrow 33A = (1010110101)$$

نکته: برای نمایش عدد $2^n A$ در مبنای دو کافی است که عدد A را در مبنای دو نمایش داده و n صفر در سمت راست آن قرار دهیم.

۱۱۲- گزینه‌ی ۳ صحیح است. $\binom{7}{2} = 21 = \text{تعداد دورها}$



هر دو رأس درجه ۲ که انتخاب کنیم با رأس درجه ۷، دور به طول ۴ می‌سازند.

۱۱۳- گزینه‌ی ۲ صحیح است. توجه: تعداد روابطی که روی یک مجموعه‌ی m عضوی می‌توان نوشت که پادمتقارن باشد ولی بازتابی نباشد چنین است:

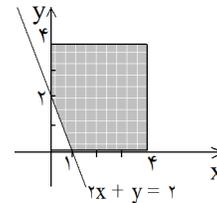
$$\begin{aligned} n &= (\text{بازتابی و پادمتقارن}) - n(\text{پادمتقارن و غیربازتابی}) \\ &= 2^m \times 3 - 3 \binom{m}{2} = 2^m \times 3 - 3 \left(\frac{m^2 - m}{2} \right) \end{aligned}$$

پس اگر $m = 4$ باشد داریم:

$$n = 4 \Rightarrow \text{تعداد روابط} = 15 \times 3^6 = 5 \times 3^7$$

$$P(\text{مطلوب}) = 1 - \frac{\text{مساحت مثلث}}{\text{مساحت مربع}} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۱۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است.



۱۱۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = (P(A))^2 + (P(B))^2$$

$$\Rightarrow P(A)(1 - P(A)) = P(B)(P(B) - 1)$$

$$\begin{cases} 0 \leq P(B) \leq 1 \Rightarrow P(B)(P(B) - 1) \leq 0 \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \Rightarrow P(A)(1 - P(A)) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P(A)(1 - P(A)) = P(B)(P(B) - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A) = 0 \text{ و } P(B) = 1 \\ P(A) = 1 \text{ و } P(B) = 0 \end{cases} \Rightarrow P(A') + P(B') = 1$$

$$f = \frac{mP}{m \pm 1} = \frac{2 \times 20}{2 + 1} = 20 \text{ cm}$$

۱۲۶- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{q} = \frac{-1}{40} \Rightarrow q = -20 \text{ cm}$$

۱۲۷- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$\frac{|q|}{p} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{20}{40} = \frac{A'B'}{10} \Rightarrow A'B' = 5 \text{ cm}$$

$$\hat{i} = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

۱۲۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$\hat{r} = \hat{i} - \hat{D} = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$

۱۲۹- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$f = \frac{mP}{m \pm 1} \Rightarrow 20 = \frac{2 \times P}{2 + 1} \Rightarrow P = 30 \text{ cm}$$

۱۳۰- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

راه دوم: جسم باید بین F و ۲F باشد و فقط گزینه‌ی ۳ دارای این شرط است.

$$P_{\text{Max}} = \rho g h_{\text{Max}} = 2700 \times 10 \times 0.1 = 2700 \text{ pa}$$

۱۳۱- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{14 \times 380 \times 70 + 190 \times 4200 \times 18}{14 \times 380 + 190 \times 4200} = 20^\circ \text{ C}$$

۱۳۲- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$$

۱۳۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$\frac{1}{2} \times 10^{-2} = 100 \times 10^{-2} \times 12 \times 10^{-6} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ \text{ C}$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 100 = \theta_2 - 20 \Rightarrow \theta_2 = 120^\circ \text{ C}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{147 - 27} = \frac{40}{273 + 27} \Rightarrow \Delta V = 16 \text{ cm}^3$$

۱۳۴- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-4)}{2} = 4 \mu\text{C}$$

۱۳۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. دو کره مشابه هستند و می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-6} \times (400)^2 = 0.96 \text{ J}$$

۱۳۶- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$A = (1382)^1 + (1382)^2 + \dots + (1382)^n \equiv 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n$$

۱۲۱- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2 \times \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

$$n \equiv 1 \Rightarrow A \equiv 2$$

حال به ازای مقادیر مختلف n رقم یکان $2(2^n - 1)$ را حساب می‌کنیم:

$$n \equiv 2 \Rightarrow A \equiv 6$$

$$n \equiv 3 \Rightarrow A \equiv 4$$

$$n \equiv 4 \Rightarrow A \equiv 0$$

$$\begin{cases} a^{rk+r} \equiv a^r \\ 1 \leq r \leq 4 \end{cases} \text{ توجه:}$$

۱۲۲- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$P(A \text{ برنده شدن در پرتاب دوم}) + P(A \text{ برنده شدن در پرتاب اول}) = P(A \text{ برنده شدن}) + \dots$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \dots = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3} = A$$

$$p(C \text{ برنده شدن}) = \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^5 + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^8 + \dots = \frac{\frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^2}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3} = C$$

$$\Rightarrow \frac{A}{C} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

۱۲۳- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$2^5 - \binom{2}{1} \times 1^5 = 32 - 2 = 30$$

کافیست کل توابع را منهای توابعی کنیم که در برد آنها ۱ نیست یا ۲ نیست:

$$K = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} \times 2000 \times (10)^2 = 10^5 \text{ J} = 100 \text{ KJ}$$

۱۲۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$mgh = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

۱۲۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. تمام انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل شده است.

$$h = \frac{V^2}{2g} = \frac{(10)^2}{2 \times 10} = 5 \text{ m}$$

$$V = \frac{dx}{dt} = \tau t^2 - \epsilon t + \delta$$

۱۴۴- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$a = \frac{dv}{dt} = \epsilon t - \epsilon \quad t = 2 \text{ s} \Rightarrow a = \epsilon \times 2 - \epsilon = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = 0 \Rightarrow V_x = V_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۴۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$V_y = -gt = -10 \times 4 = -40 \text{ m/s}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(30)^2 + (-40)^2} = 50 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{F}{M+m} = \frac{1/2}{2+0.4} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

۱۴۶- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$T_A = \left(\frac{m}{\tau} + M\right) a = (0.2 + 2) \times 0.5 = 1.1 \text{ N}$$

$$\frac{F}{M+m} = \frac{T_A}{M+\frac{m}{\tau}} \Rightarrow \frac{1/2}{2+0.4} = \frac{T_A}{2+0.2} \Rightarrow T_A = 1.1 \text{ N}$$

راه حل دوم:

$$f_k = \mu_k mg \cos \alpha = 0.2 \times 10 \times 10 \times 0.8 = 16 \text{ N}$$

۱۴۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$F - f_k - (mg \sin \alpha) = ma$$

$$F - 16 - (10 \times 10 \times 0.6) = 10 \times 0.4 \Rightarrow F = 12 \text{ N}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 25 - 20 = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۱۴۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$K = \frac{F}{\Delta L} = \frac{mg}{\Delta L} = \frac{0.5 \times 10}{5 \times 10^{-2}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$a_{\max} = A\omega^2 \quad \omega^2 = \frac{K}{m}$$

۱۴۹- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$a_{\max} = A \left(\frac{K}{m}\right) = 4 \times 10^{-2} \times \frac{90}{400 \times 10^{-3}} = 9 \text{ m/s}^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

۱۵۰- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

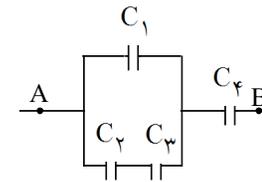
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{1/8} = \sqrt{\frac{64}{16}}$$

$$\frac{T_2}{1/8} = \frac{1}{9} \Rightarrow T_2 = 1/6 \text{ s}$$

$$C_{2,3} = \frac{\epsilon \times 12}{\epsilon + 12} = 4 \mu\text{F}$$

$$C_{1,2,3} = 2 + 4 = 6 \mu\text{F}$$

$$C_T = \frac{\epsilon \times 12}{\epsilon + 12} = 4 \mu\text{F}$$



۱۳۷- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۳۸- گزینه‌ی ۳ صحیح است. با توجه به شکل اگر مولد مقاومت درونی نداشته باشد، با تغییر مقاومت R عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد ثابت می‌ماند که در بین گزینه‌ها نیست. ولی با فرض اینکه مولد دارای مقاومت درونی

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} \quad \text{و} \quad R \quad (\text{افزایش}) \Rightarrow I \quad (\text{کاهش})$$

می‌باشد، راه‌حل چنین است:

$$V = \epsilon - Ir \quad \text{و} \quad I \quad (\text{کاهش}) \Rightarrow V \quad (\text{افزایش})$$

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \text{و} \quad V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}$$

۱۳۹- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$B = \mu \cdot \frac{NI}{rR}$$

۱۴۰- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$2/5 \times 10^{-3} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{50 \times I}{2 \times 3/14 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = 2/5 \text{ A}$$

$$q = ze = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-19} \text{ C}$$

۱۴۱- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$F = qVB \sin \alpha = 3/2 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 5 \times 1 = 1/6 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$V = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۴۲- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{5-0}{10} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V = v_2 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow 20 = 0.5 \times t + 0 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

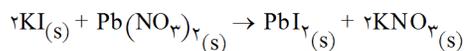
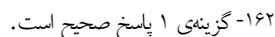
$$\frac{V - V_0}{t} = \frac{V' - V_0}{t'} \Rightarrow \frac{18-0}{10} = \frac{v_2-0}{t'} \Rightarrow t' = 40 \text{ s}$$

راه حل دوم:

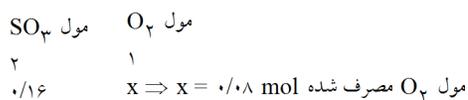
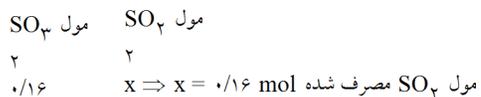
$$\Delta x = \left(\frac{V + V_0}{2}\right) \times t$$

۱۴۳- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\Delta x = \left(\frac{0 + 20}{2}\right) \times 5 = 50 \text{ m}$$



۱۶۳- گزینه‌ی ۱ صحیح است. زیرا مواد واکنش دهنده و فرآورده‌ها در یک فاز هستند (همگی گاز هستند).



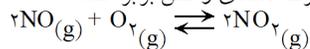
$$K = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 [\text{O}_2]} = \frac{(0.16)^2}{(0.25 - 0.16)^2 (0.2 - 0.08)} = 26/33$$

۱۶۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است. زیرا تبخیر یک تغییر فیزیکی است و ماهیت آب در آن عوض نمی‌شود.

۱۶۶- گزینه‌ی ۴ صحیح است. صفحه‌ی ۴۰ کتاب پیش‌دانشگاهی

۱۶۷- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۶۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است. چون با کاهش حجم در حقیقت فشار افزایش می‌یابد و با افزایش فشار تعادل در جهت تولید تعداد مول کم‌تر جابه‌جا می‌شود پس واکنش گزینه‌ی ۱ از چپ به راست پیش می‌رود و غلظت فرآورده‌ی آن بیش‌تر می‌شود. در گزینه‌های ۲ و ۴ با کاهش حجم و افزایش فشار تعادل از چپ به راست پیش می‌رود و در گزینه‌ی ۳ تغییر فشار در جابه‌جایی تعادل اثری ندارد زیرا تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله‌ی واکنش برابر است.



تعداد مول واکنش دهنده‌ها = ۳ مول
تعداد مول فرآورده = ۲ مول

۱۶۹- گزینه‌ی ۳ صحیح است. گزینه‌ی ۱ نادرست است زیرا اسیدها کاغذ لیتموس را سرخ رنگ می‌کنند.

گزینه‌ی ۲ نادرست است زیرا محلول اسیدها ترش مزه است.

گزینه‌ی ۴ نادرست است زیرا در محلول بازها یون OH^- (aq) وجود دارد. (البته حتماً مقداری هم H^+ وجود دارد).

۱۷۰- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۵۱- گزینه‌ی ۲ صحیح است. $\omega = 2\pi v = 2\pi \times 100 = 200\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

$U = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{V} x\right)$

$U = 4 \times 10^{-3} \sin\left(200\pi t - \frac{200\pi}{2.0} x\right)$

$U = 4 \times 10^{-3} \sin(200\pi t - 100\pi x) = 4 \times 10^{-3} \sin 100\pi (2.0t - x)$

۱۵۲- گزینه‌ی ۱ صحیح است. $V = \frac{n}{\gamma L} \sqrt{\frac{FL}{m}}$

در طول سیم دو شکم ایجاد می‌شود. $50 = \frac{n}{2 \times 1} \sqrt{\frac{0.625 \times 1}{0.25 \times 10^{-3}}} \Rightarrow n = 2$

۱۵۳- گزینه‌ی ۴ صحیح است. $V = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \Rightarrow V \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$

۱۵۴- گزینه‌ی ۲ صحیح است. $v = \frac{(2n-1)V}{4L} \Rightarrow 850 = \frac{5 \times 340}{4L} \Rightarrow L = 0.5 \text{ m} \Rightarrow L = 50 \text{ cm}$

۱۵۵- گزینه‌ی ۳ صحیح است. $I \propto \frac{1}{d}$

۱۵۶- گزینه‌ی ۳ صحیح است. موج‌های الکترومغناطیسی عرضی و برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند.

۱۵۷- گزینه‌ی ۲ صحیح است. $\lambda = \frac{ax}{nD} \Rightarrow 0.5 \times 10^{-6} = \frac{0.6 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-3}}{10 \times D}$

$D = 0.6 \text{ m} \Rightarrow D = 60 \text{ cm}$

۱۵۸- گزینه‌ی ۱ صحیح است. $E = hv = h \frac{c}{\lambda} = (4/14 \times 10^{-15}) \times \frac{3 \times 10^8}{0.6 \times 10^{-6}} = 2/0.7 \text{ eV}$

۱۵۹- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۶۰- گزینه‌ی ۱ صحیح است. $E = mc^2$

$3/6 \times 10^{14} = m \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow m = 4 \times 10^{-3} \text{ Kg} \quad m = 4 \text{ gr}$

